

## Control PID, conceptos básicos. Nota técnica 10, rev b

Enero 2010

Este documento posee derechos de autor reservados, © ARIAN S.A. 2010  
Las marcas comerciales referidas son propiedad de sus respectivos dueños.  
Su contenido puede ser reproducido para fines educativos mientras no sea alterado.

Presentación y objetivos.....	2
Variable de proceso, Set Point y Error.....	3
Control On/Off.....	4
PWM y tiempo de ciclo.....	6
Control Proporcional.....	8
Error estacionario .....	11
Control Proporcional Derivativo PD.....	14
Control Proporcional Integral PI.....	18
Control Proporcional Integral Derivativo PID.....	23
Mandos de enfriamiento en los PID.....	26

## Presentación y objetivos.

El presente documento tiene por objetivos :

1- Introducir algunos elementos de teoría de control en forma gradual y lo más natural e intuitiva posible.

2- Familiarizar al lector con los términos usados en la programación de controladores PID modernos ( banda proporcional, "reset automático", etc ) de modo que pueda programar su instrumento entendiendo cada parámetro que introduce.

3- Establecer la relación entre los términos usados en terreno por los instrumentistas y su equivalencia en la teoría formal de control moderno.

Los objetivos 1 y 2 son los principales, a ellos se orienta la mayor parte del documento y puede lograrlos cualquier lector con conocimientos básicos de matemáticas, familiarizado un mínimo con instrumentos y máquinas industriales.

El mismo no necesita leer los recuadros "NIVEL 2", estos son apropiados al lector con conocimientos de cálculo diferencial (integral y derivada) y en algún momento estarán destinados a lectores con conocimientos de teoría de control y transformada de Laplace.

En todo caso estos son una parte mínima del texto y se incluyen solo en atención al objetivo 3.

ARIAN S.A.  
El Comendador 2340, Providencia  
Santiago, Chile  
Fono: 56-2-4218333  
web site: <http://www.arian.cl/>

## Variable de proceso, Set Point y Error.

La variable medida que se desea estabilizar (controlar) recibe el nombre de variable de proceso ("Process Value") y se abrevia Pv.

Un buen ejemplo de variable de proceso es la temperatura, la cual mide el instrumento controlador mediante una termocupla o una Pt100.

Otro ejemplo de una Pv puede ser un caudal ( litros/minuto ), este se mide mediante algún sensor y su transductor adecuado que entreguen una señal de 4 a 20mA proporcional al caudal. La corriente 4 a 20mA entra al controlador en donde se reescala a las unidades originales de la Pv.

Ejemplos adicionales de Pv pueden ser velocidad, presión, humedad, etc cada una de las cuales se mide con el sensor apropiado y se convierten comúnmente a 4...20mA para ingresar al control.

En adelante durante todo este tutorial se usará la temperatura como ejemplo de Pv por ser lo más intuitivo.

Esto no hace perder generalidad, pues todo lo que se hable sobre temperatura y hornos es perfectamente análogo a sistemas de control de velocidad, presión, etc.

El valor prefijado Sp ( "Set Point" ), es el valor deseado de la variable de proceso, es el valor al cual el control se debe encargarse de mantener la Pv.

Por ejemplo en un horno la temperatura actual es 155 °C y el controlador está programado de modo de llevar la temperatura a 200°C.  
Luego

$$Pv = 155$$
$$Sp = 200$$

Se define error E como la diferencia entre la variable de proceso Pv y el set point Sp,

$$E = (Sp - Pv)$$

En el ejemplo anterior

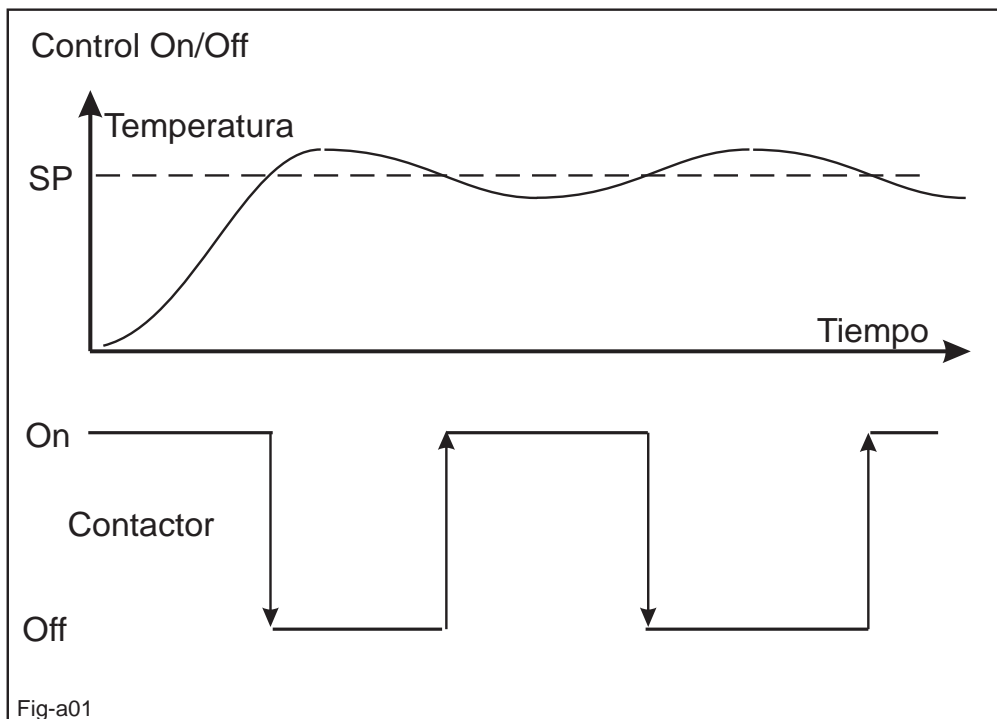
$$E = (Sp - Pv) = (200 - 155) = 45$$

Recuerde que el error será positivo cuando la temperatura sea menor que el set point,  $Pv < Sp$  .

## Control On/Off.

Tomemos por ejemplo, el caso de un horno eléctrico. La temperatura aumenta al activar las resistencias calentadoras mediante un contactor, gobernado a su vez por un relé dentro del controlador.

El modo de control ON/OFF es lo más elemental y consiste en activar el mando de calentamiento cuando la temperatura está por debajo de la temperatura deseada  $S_p$  y luego desactivarlo cuando la temperatura esté por arriba.



Inevitablemente debido a la inercia térmica del horno y los tiempos de propagación internos, la temperatura estará continuamente fluctuando alrededor del  $S_p$ .

La inercia térmica es consecuencia de la masa caliente dentro del horno la que acumula calor y retarda su calentamiento y enfriamiento.

También colabora a la amplitud de las oscilaciones el retardo en la propagación del calor en el interior del horno desde la resistencia calentadora hasta el sensor de temperatura.

No es difícil imaginar que las fluctuaciones aumentarán cuanto mayor sea la inercia térmica del horno (retardo).

Evidentemente este algoritmo de control no es el más adecuado cuando se desea una temperatura constante y uniforme, pero tiene la ventaja de provocar poco desgaste en los contactores electromecánicos, pues estos se activan y desactivan lo mínimo necesario.

Incluso para reducir aún más el desgaste a veces se efectúa un control ON/OFF con histéresis, es decir que el mando de calentamiento se activa unos pocos grados por arriba del  $Sp$  y se desactiva unos grados por abajo del  $Sp$ , provocando por supuesto una mayor fluctuación de la temperatura pero menor funcionamiento de los contactores.

El control ON/OFF con histéresis se usa generalmente en cámaras frigoríficas donde la temperatura debe estar dentro de un rango y se desea activar y desactivar lo menos posible los motores del sistema de refrigeración.

Ejemplo en el software VirtualPID:

Ejecute VirtualPID.exe y realice los siguientes comandos:

- File/Open/ 1\_OnOff.sim
- Start

## PWM y tiempo de ciclo.

Para poder controlar la temperatura con menos fluctuaciones, se debe poder entregar al horno una potencia gradual, en la medida requerida para mantenerlo a la temperatura deseada .

En el ejemplo anterior del control On/Off, el relé del mando de calentamiento estará activado 100%, entregando el máximo de potencia al horno o bien desactivado sin entregar potencia 0%.

El controlador proporcional entrega una potencia que varía en forma gradual entre 0 y 100% según se requiera y en forma proporcional al error

$$E = (Sp - Pv)$$

Lo más natural para entregar una potencia que varia de 0% a 100% en forma continua seria usar un horno a petróleo o gas y que el control module la potencia mediante la llave de paso del combustible.

La llave cerrada seria 0% de potencia y la llave totalmente abierta seria 100%.

El problema es que una válvula motorizada (gobernada mediante una señal 4..20mA) es costosa y solo se amerita en aplicaciones que así lo requieran.

Afortunadamente es posible modular de 0% a 100% la potencia que recibe un horno eléctrico mediante el mismo contactor que se usaría para un control on/off.

La idea es modular el tiempo de activación del contactor durante un lapso de tiempo fijo  $t_c$ , llamado "tiempo de ciclo", menor al tiempo característico de respuesta del horno de modo que el horno reciba finalmente un promedio de la potencia.

Para ilustrar esta técnica conocida como modulación por ancho de pulso PWM (Pulse Width Modulation) recurrimos al siguiente ejemplo:

Suponiendo que un horno tiene una gran inercia térmica tal que tarda varios segundos en reaccionar subiendo la temperatura.

Al aplicarle pulsos de calentamiento periódicamente cada 4 segundos, modulados en duración, el horno experimentará un calentamiento proporcional al promedio de tiempo que ha estado activado, sin que su temperatura siga las fluctuaciones de 4 segundos con que se aplica la potencia.

Supongamos que nuestro horno funciona con un calefactor de 1000W, si se requiere una potencia de 500W, equivalente a 50% del total, entonces el relé se activa 2 segundos y desactiva otros 2, para luego empezar otro ciclo.

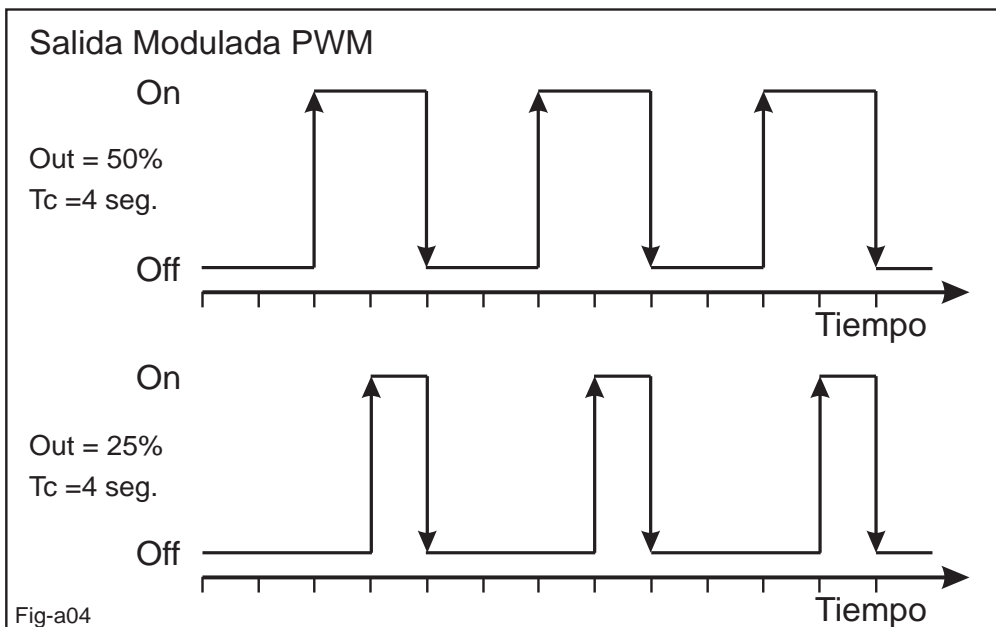
El efecto neto será que el horno recibe 50% de la potencia pero la temperatura no fluctúa al ritmo del “tiempo de ciclo” pues el horno no alcanza a responder a ciclos tan rápidos.

Siguiendo con el ejemplo, si hace falta 250W, es decir 25% de la potencia basta con tener el relé 1 segundo activado y 3 segundos desactivado.

Para sistemas típicos el “tiempo de ciclo” se ajusta entre 1 y 200 segundos según sea el caso.

A mayor “tiempo de ciclo”, menos desgaste de los contactores, pero siempre tiene que ser inferior al tiempo característico del sistema.

La práctica recomendada es usar un tiempo de ciclo inferior a la mitad del tiempo característico del sistema, el cual mas adelante se vera como determinar.



Ejemplo en el software VirtualPID:

Ejecute VirtualPID.exe y realice los siguientes comandos:

-File/Open/ 2\_Pwm.sim

-Start

-En el formulario “Control” introduzca Output%=50 y observe el comportamiento.

## Control Proporcional.

Ya se menciona que el controlador proporcional entrega una potencia que varía en forma proporcional al error

$$E = (Sp - Pv)$$

Para poner en marcha un controlador proporcional se deben fijar los siguientes parámetros:

- la temperatura deseada  $Sp$ , por ej.  $Sp = 200\text{ °C}$
- la banda proporcional  $Pb$ , por ej.  $Pb = 10\%$ .
- el tiempo de ciclo  $tc$ , por ej.  $tc = 4\text{ seg.}$

Por supuesto no hace falta definir el tiempo de ciclo si se va a usar una válvula motorizada como mecanismo de control.

La banda proporcional  $Pb$  se programa en el controlador como un porcentaje del  $Sp$ . Corresponde a una banda de temperatura situada por debajo del  $Sp$  a lo largo de la cual, la potencia de salida variará proporcionalmente al error, disminuyendo cuanto más cercana sea la temperatura al  $Sp$ .

Internamente el controlador realizará el cálculo del porcentaje de salida "Out" mediante la siguiente fórmula:

$$Out = [100\% * \frac{E}{banda}]$$

con

$$E = (Sp - Pv)$$

$$banda = \frac{Pb}{100\%} * Sp$$

El paréntesis cuadrado [ ] se usa para indicar saturación, es decir que si al evaluar el interior, resulta mayor de 100%, se deja en 100% y si resulta 0 o negativo, se deja en 0%.

Para los valores del ejemplo  $Sp=200\text{°C}$  y  $Pb=10\%$ , la potencia determinada por el control variará a lo largo  $20\text{°C}$  abajo del  $Sp$ .

$$banda = (Pb * Sp / 100\%) = 10\% * 200\text{C} / 100\% = 20\text{C}$$

Es decir que la banda a lo largo de la cual variará gradualmente la potencia será:  $180\text{°C}...200\text{°C}$ .

Por ejemplo si la temperatura del horno es igual o menor de  $180\text{°C}$ , la salida de control (potencia) será 100%.



Cuando la temperatura esté en la mitad de la banda, es decir en 190°C la salida será 50% :

$$Out = [100\% * \frac{(200 - 190)}{(10 * 20/100)}] = 50\%$$

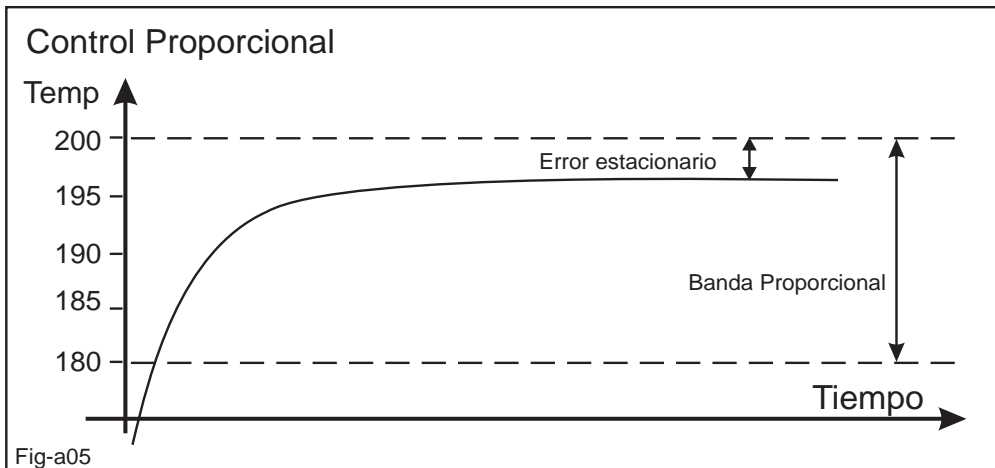
Al llegar la temperatura a 200 °C la salida será 0% .:

$$Out = [100\% * \frac{(200 - 200)}{(10 * 20/100)}] = 0\%$$

Tabla 1		Sp = 200 °C , Pb =10%
Pv (Temperatura)	Error = Sp-Pv	Out=100%*E/20
C	C	%
210	-10	0
202	-2	0
200	0	0
199	1	5
198	2	10
195	5	25
190	10	50
185	15	75
182	18	90
181	19	95
180	20	100
170	30	100
110	90	100

En la Tabla 1 se observa la potencia de salida ( Out%) suministrada por el controlador a distintas temperaturas para este ejemplo.

En el siguiente gráfico de temperatura vs. tiempo se observa el comportamiento típico de un control proporcional.



Es posible imaginar un control On/Off como uno proporcional con  $P_b = 0\%$ , pues cuando la temperatura esta arriba del  $Sp$  ( $E < 0$ ) la salida es  $0\%$  y cuando la temperatura esta abajo del  $Sp$  ( $E > 0$ ) es  $100\%$ .

Por lo tanto es importante tener presente que mientras menor sea la banda proporcional, el control proporcional se comportará más parecido al On/Off, es decir tenderá a presentar oscilaciones alrededor del  $Sp$ .

Ejemplo en el software VirtualPID:

Ejecute VirtualPID.exe y realice los siguientes comandos:

-File/Open/ 3\_P.sim

-Start

-En el formulario "Sistema" presione el botón "Reset" y observe el comportamiento.

## Error estacionario

El control proporcional presenta el problema que la temperatura jamás se estabilizará justo en el valor del  $S_p$ .

En la práctica se estaciona siempre en un punto dentro de la banda proporcional, produciendo así el "error estacionario".

La razón es fácil de entender recurriendo a nuestro ejemplo. Supongamos que la temperatura se estacionará en 200 °C en forma estable y permanente, entonces la salida sería 0%.

Pero siempre es necesario suministrarle al horno algo de potencia, por lo menos cómo para compensar las pérdidas de calor al medio ambiente o calor contenido en el material que sale del horno.

Es evidentemente imposible que el horno se mantenga a 200°C con los calefactores permanentemente apagados.

Luego la temperatura tiene que descender un poco, lo suficiente para que la potencia de suministrada por los calefactores sea igual a las pérdidas de energía del horno (energía que sale del horno).

Supongamos que para nuestro horno las pérdidas son tales que hace falta 25% de la potencia de los calefactores para mantener la temperatura alrededor del  $S_p$ .

Luego la temperatura se estacionará establemente a 195°C, pues para esa temperatura la salida es 25% (ver Tabla 1).

El valor del error en este punto, 5°C, se le llama error estacionario.

El error estacionario se puede reducir disminuyendo la banda proporcional. En nuestro ejemplo de horno usando ahora  $P_b = 5\%$ , la temperatura para tener  $Out = 25\%$  es 197.5°C.

$$Out = \left[ 100\% * \frac{E}{banda} \right] = \left[ 100\% * \frac{(S_p - P_v)}{(P_b * S_p / 100\%)} \right] =$$
$$Out = \left[ 100\% * \frac{(200 - 197.5)}{(5 * 200 / 100)} \right] = 25\%$$

Pero reducir mucho la banda proporcional volverá oscilatorio nuestro sistema (más parecido a un On/Off), luego existe un límite inferior para seguir reduciendo la banda proporcional y siempre habrá algo de error estacionario.

En particular en los hornos que poseen mucha inercia térmica (mucho tiempo de retardo) se pueden presentar oscilaciones de la temperatura que solamente se podrán eliminar aumentando la banda proporcional y con ella aumentará el error estacionario.

Otro problema generado al aumentar la banda proporcional para eliminar las oscilaciones, es que el control pierde efectividad para responder rápidamente a perturbaciones externas (variaciones de la carga del horno, apertura de una puerta, etc)

Para mejorar la respuesta a transientes del control se utiliza un control proporcional derivativo.

## NIVEL 2

Internamente el controlador realiza el cálculo del porcentaje de salida "Out" mediante la siguiente fórmula

$$Out = [100\% * \frac{E}{banda}]$$

$$E = (Sp - Pv)$$

$$banda = \frac{Pb}{100\%} * Sp$$

El paréntesis [ ] se usa para indicar saturación, es decir que si al evaluar el interior, resulta mayor de 100%, se deja en 100% y si resulta negativo, se deja en 0%.

La misma fórmula se puede reescribir en términos de la ganancia proporcional como:

$$Out = [100\% * Kp * E]$$

$$Kp = \frac{1}{banda} = \frac{100\%}{Pb} * \frac{1}{Sp}$$

Donde la constante Kp se conoce como ganancia proporcional del control y es inversamente proporcional a Pb.

En el control On/Off, se podría decir que Kp sería muy grande, tendiendo a infinito.

Ejercicios:

- 1) Un control proporcional tiene programado:  
Sp = 500  
Pb = 5%.  
Si Pv = 490 cual será el valor de la salida de control.?

Respuesta: Out = 40%.

- 2) Un control proporcional de temperatura tiene programado:  
Sp = 300°C  
Pb = 20%.  
A que temperatura la salida de control será 50%?

Respuesta: Pv = 270°C.

- 3) Un horno con control proporcional de temperatura tiene programado:  
Sp = 800°C  
Pb = 10%.  
El sistema está estable con una temperatura pareja de 760°C.
- a) Cual es el error estacionario.?  
b) Al colocar Pb= 5%, cual será la temperatura aproximada a la que estabilizará el horno. ?

Respuesta: a) 40°C , b) 780°C

Ejemplo en el software VirtualPID:

-File/Open/ 3\_P.sim

-Start

-En el formulario "Sistema" presione el botón "Reset" y observe que después de un tiempo el error estacionario se estabiliza en 13.3C.

-En el formulario "Control" aumente Pb a 20% y observe como cambia el error estacionario.

## Control Proporcional Derivativo PD.

Un control PD es uno proporcional al que se le agrega la capacidad de considerar también la velocidad de la temperatura en el tiempo.

De esta forma se puede "adelantar" la acción de control del mando de salida para obtener así una temperatura más estable.

Si la temperatura esta por debajo del Sp, pero subiendo muy rápidamente y se va a pasar de largo el Sp, entonces el control se adelanta y disminuye la potencia de los calefactores.

Al revés si la temperatura es mayor que el Sp, la salida debería ser 0% pero si el control estima que la temperatura cae muy rápido y se va pasar para abajo del Sp, entonces coloca algo de potencia para ir frenando el descenso brusco.

La acción derivativa es llamada a veces "rate action" por algunos fabricantes de controles porque considera la "razón de cambio" de la temperatura.

Para entender a fondo el control PD usaremos el mismo ejemplo anterior del horno pero agregamos ahora un nuevo parámetro llamado constante derivativa D, medido en segundos.

Internamente el controlador realizará ahora el cálculo:

$$Out = [100\% * \frac{(E - D * Vel)}{banda}]$$

$$banda = (Pb / 100\%) * Sp$$

Donde "Vel" es la velocidad de la temperatura medida por el controlador, en °C/seg.

Para este ejemplo fijamos D = 5 seg. Igual que antes Sp=200 °C y Pb=10%. Supongamos que en un momento dado, la temperatura del horno es de 185°C y está subiendo a una velocidad Vel = 2 °C/Seg..

En un control proporcional la salida debería ser de 75%.

$$Out = [100\% * \frac{(E)}{banda}] = [100\% * \frac{15C}{20C}] = 75\%$$

Pero en este caso el control PD toma en cuenta la velocidad de ascenso de la temperatura y la multiplica por la constante derivativa D y obtiene :

$$Out = [100\% * \frac{(E - D * Vel)}{banda}] = [100\% * \frac{15C - 5seg * 2C / seg}{20C}] = 25\%$$

entonces a pesar que la temperatura actual es 185 °C, la salida es 25% en vez de 75%, al considerar la velocidad de ascenso de la temperatura.

La acción derivativa ocurre también fuera de la banda proporcional, en la Tabla 2 se puede ver que para esta misma velocidad de ascenso de 2 °C/seg, la salida deja de ser 100% a partir de 170°C.

$$Out = [100\% * \frac{(E - D * Vel)}{banda}] = [100\% * \frac{(200 - 170)C - 5seg * 2C / seg}{20C}]$$

$$Out = [100\% * \frac{20C}{20C}] = 100\%$$

De la misma forma si la temperatura está sobre 200 °C pero descendiendo rápidamente, (velocidad negativa) por ejemplo -1°C/seg, entonces el control activará antes y con mayor potencia la salida intentando que no baje de 200 °C.

En la tabla 2 se observan las potencias a distintas temperaturas para 3 casos: control proporcional, control PD con velocidad positiva y el mismo control PD con una velocidad negativa.

El control PD permite obtener un control mas estable, sin oscilaciones y sin necesidad de sacrificar la respuesta ante perturbaciones aumentando la banda proporcional.

TABLA 2   SP = 200°C , Pb = 10%			
Control	P	PD	PD
		D = 5seg	D = 5 seg
		Vel = 2 C/seg	Vel = -1C/seg
	$[100\% * \frac{E}{20}]$	$[100\% * \frac{E - 5 * 2 / seg}{20}]$	$[100\% * \frac{E + 5 * 1 / seg}{20}]$
Pv	Out	Out	Out
204	0%	0%	5%
201	0%	0%	20%
200	0%	0%	25%
199	5%	0%	30%
198	10%	0%	35%
195	25%	0%	50%
190	50%	0%	75%
185	75%	25%	100%
182	90%	40%	100%
181	95%	45%	100%
180	100%	50%	100%
171	100%	95%	100%
170	100%	100%	100%

## NIVEL 2

Dado que el  $S_p$  es constante, la velocidad del error es:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d(S_p - P_v)}{dt} = -\frac{dP_v}{dt}$$

Luego la ecuación para el control PD se puede escribir:

$$Out = [100\% \cdot K_p \cdot (E + K_d \cdot \frac{dE}{dt})]$$

Donde  $K_d = D$  es la ganancia derivativa y

$$K_p = \frac{100\%}{P_b} \frac{1}{S_p}$$

Se puede retirar los paréntesis [ ] y el 100%, sin olvidar que en la practica hay saturación de la salida.

$$Out = K_p \cdot (E + K_d \cdot \frac{dE}{dt})$$

### Ejercicios:

- 1 ) Un control PD tiene programado:  
 $S_p = 500$ ,  
 $P_b = 5\%$   
 $D = 10$  seg..  
Si  $P_v$  va en aumento de forma que incrementa 30 unidades cada minuto.  
En el instante que  $P_v$  pase por 490, cual será el valor de la salida de control.?  
Respuesta:  $Out = 20\%$ .
- 2 ) Un control PD tiene programado:  
 $S_p = 500$ ,  
 $P_b = 5\%$   
 $D = 10$  seg..  
Si  $P_v$  es superior a  $S_p$  y va en descenso 90 unidades cada minuto.  
En el instante que  $P_v$  sea 505, cual será el valor de la salida de control.?  
Respuesta:  $Out = 40\%$ .



Ejemplo en el software VirtualPID:

-File/Open/ 4\_PD.sim

-Start

-En el formulario "Sistema" presione el botón "Reset"

-En el formulario "Control" varíe el valor del parámetro D en el rango 0 a 10 y observe el comportamiento.

## Control Proporcional Integral PI.

Retomaremos ahora el problema inconcluso del "error estacionario" tratado en la sección dedicada al control proporcional.

Para ello continuaremos utilizando el mismo ejemplo de nuestro horno a 200°C con  $P_b=10\%$ , estacionado a 195°C para entregar 25% de potencia.

Una forma de eliminar el error estacionario podría ser aumentando, mediante algún ajuste manual, un 25% la salida del control de modo que se estacione en 200°C.

Algunos controles antiguos permitían este ajuste y era llamado "Manual reset" o "Ajuste manual", el problema con este ajuste es que será efectivo mientras el horno esté con las mismas características que cuando se realizó.

Por ejemplo, si por alguna razón las pérdidas del horno disminuyen a 20%, la temperatura subirá por arriba de 200°C creando un error por arriba del  $S_p$ .

La forma efectiva de solucionar el problema del error estacionario es agregando al control proporcional el termino "Integral" llamado también a veces "automatic reset" o "reset action", nosotros lo llamaremos "acción integral".

El control será el mismo proporcional, pero a la salida se le suma la acción integral, que la corrige tomando en cuenta la magnitud del error y el tiempo que este ha permanecido.

Para ello se le programa al control una constante  $I$ , que es formalmente "la cantidad de veces que aumenta la acción proporcional por segundo".

La salida se corrige en una cantidad equivalente a la integral del error multiplicada por  $I$ .

Si parece complicado, es porque en realidad lo es un poco. Recurriendo a una analogía de un "saco" se podrá entender cómo opera la acción integral. La integral del error es simplemente la suma acumulada de los errores medidos por el control cada segundo.

Es como un saco al cual se le va metiendo o acumulando cada segundo una cantidad equivalente al error medido en ese segundo.

Si existe un error de 5°C, entonces el saco va creciendo, aumentando su tamaño cada segundo en una cantidad de 5.

Si el error es 0°C, entonces nada se le agrega al saco y este permanece en el mismo tamaño.

Pero si existe un error negativo, por ejemplo  $T=202\text{ °C}$ , entonces se le sacará 2 al saco cada segundo que permanezca este error y el tamaño del saco irá disminuyendo.

La idea es que la salida del control será la misma que en un control proporcional mas la magnitud del saco multiplicada por la constante  $I$

Internamente el control PI realiza el cálculo con la siguiente fórmula:

$$Out = [100\% * \frac{E + I \cdot (EAcumulado)}{banda}]$$

$$E = (Sp - Pv)$$

$$banda = (Pb / 100\%) * Sp$$

Donde EAcumulado es el error acumulado o “integral del error” o simplemente nuestro saco.

Veamos en la Tabla 3 que ocurre al horno con una acción integral

$I = 0.04/\text{seg.}$   
 $Sp=200^\circ\text{C,}$   
 $Pb=10\%.$

TABLA 3 SP = 200°C , Pb = 10%, I = 0.04seg				
Tiempo	Pv	E	EAcumulado	$[100\% * \frac{E + I \cdot EAcumulado}{20}]$
Seg	C	C	C	%
0	195	5	0	25%
1	195	5	5	26%
2	195	5	10	27%
3	195	5	15	28%
4	195	5	20	29%
5	196	5	25	30%
6	196	4	29	25.8%
7	196	4	33	26.6%
8	196	4	37	27.4%
9	196	4	41	28.2%
10	196	4	45	29%
11	197	3	48	24.6%
12	197	3	51	25.2%
13	197	3	54	25.8%
14	197	3	57	26.4%
15	198	2	59	21.8%
16	198	2	61	22.2%
17	198	2	63	22.6%
....	...	...	...	
Xx	200	0	125	25%

Con la temperatura estacionada en 195°C (por efecto de las pérdidas estimadas en 25%) a partir del tiempo 1, se activa la acción integral, desde ese momento cada segundo el saco aumenta en 5°C.

En ese primer segundo el acumulado es 0 y se le agrega 5C con lo que la potencia de salida aumentará 1%, de 25% a 26% .

$$Out = [100\% * \frac{E + I \cdot (EA_{acumulado})}{banda}] = [100\% * \frac{5 + 0.04 \cdot (5 + 0)}{20}] = 26\%$$

En el segundo 6 el aumento de potencia de salida habra forzado el alza de la temperatura y así la reducción del error a 4°C.

El alza de la potencia de salida continua pero más lenta, ya que el Error es menor .

El proceso continua de la misma forma aumentando el tamaño del saco hasta que en algún momento el error sea definitivamente eliminado, pues solo en ese momento se detendrá el incremento de la potencia de salida.

Entonces será el saco (la integral) quien supla el "ajuste" de la potencia necesaria para mantener el horno a 200°C.

Por muy pequeño que sea el valor programado de *I*, siempre corregirá el error estacionario, pero tardará más tiempo en hacerlo.

Al revés si se programa un valor excesivo de *I*, entonces la acción integral tendrá mucha fuerza en la salida y el sistema alcanzará rápidamente el Sp, pero lo más probable es que siga de largo por efectos de la inercia térmica.

Entonces la acción integral (con error negativo) será en sentido contrario, el saco irá disminuyendo rápidamente con la magnitud del error.

Como consecuencia habrá una excesiva disminución de la potencia de salida y la temperatura probablemente baje del Sp, entrando así el sistema en un ciclo oscilatorio.

En la práctica normalmente *I* deberá ser grande solo en sistemas que reaccionan rápidamente, (por ejemplo controles de velocidad de motores ) y pequeño para sistemas lentos con mucha inercia. (Por ejemplo hornos)

En general los valores de la constante *I* son relativamente pequeños, para la mayoría de los sistemas el valor adecuado de *I* varia entre 0 y 0.08 1/seg..

Por ese motivo en los controles Arian el parámetro *I* se programa multiplicado or 10000.

Es decir que para tener una acción integral de 0.01/seg, se programa

$$I = 0.01 * 10000 = 100.$$

Ejercicios:

- 1) Revisar los cálculos presentados en la tabla 3.

Ejemplo en el software VirtualPID:

-File/Open/ 5\_PID.sim

-Start

-En el formulario "Sistema" presione el botón "Reset"

-En el formulario "Control" varíe el Sp y compruebe que siempre desaparece el error estacionario.

## NIVEL 2

Internamente los controladores Arian realizan el cálculo con la siguiente fórmula:

$$Out = Kp \cdot (E + Ki \cdot \int Edt + Kd \cdot \frac{dE}{dt})$$

$$Kp = \frac{100\%}{Pb} \frac{1}{Sp}$$

$$Ki = \frac{I}{10000}$$

$$Kd = D$$

Donde  $\int Edt$  es la integral del error en el tiempo ( lo mismo que el saco de nuestra analogía ) y Sp, Pb, D, I son los números introducidos por el teclado del instrumento.

La constante Ki es la ganancia integral .

El efecto del término integral es más beneficioso que un simple “reset automático”, pues el sistema de control se convierte en uno de segundo orden en vez de primer orden.

Esto implica una mejor respuesta a transientes y mejor rendimiento en general que un control proporcional con potencia de salida ajustada manualmente.

Internamente del control el termino integral  $\int Edt$  esta también restringido al rango de valores (saturación de la integral)

$$-Pb \cdot 10000 / I \dots +Pb \cdot 10000 / I$$

de modo que su aporte en la salida esté limitado al que podría realizar el error de una banda proporcional.

El motivo principal es evitar el “over shot” en la puesta en marcha del sistema. Es decir previene un aumento excesivo de la parte integral cuando en la puesta en marcha el Error es grande durante un largo tiempo.

## Control Proporcional Integral Derivativo PID.

A estas alturas el lector ya debe intuir que un control PID es un controlador proporcional con acción derivativa y acción integral superpuestas.

Así mismo el lector ya debe estar preguntando cómo elegir los valores de los parámetros  $P_b$ ,  $D$ ,  $I$ ,  $t_c$  que debe introducir en su controlador PID.

Existe un conjunto de valores  $P_b$ ,  $D$ ,  $I$  que darán el rendimiento óptimo y encontrarlos requiere: conocimientos teóricos, habilidad obtenida mediante la experiencia y suerte.

Pero en la práctica cualquier conjunto de valores cercano al óptimo brindará un rendimiento aceptable y probablemente casi igual al óptimo.

Por este motivo los controles ARIAN admiten estos parámetros no en forma continua, si no como 16 valores discretos para cada uno.

Además afortunadamente existen un par de métodos experimentales para encontrar una aproximación de estos parámetros. (los que están descritos en el documento)

Se dice que un sistema y su controlador tienen un comportamiento inestable cuando después de un tiempo razonable de funcionamiento y sin ocurrir perturbaciones externas, la temperatura permanece fluctuando en forma oscilatoria ya sea con un período regular o errático.

Este sería por ejemplo el caso de un control On/Off o uno proporcional con  $P_b$  muy chico.

Por otra parte un comportamiento estable es tal que la temperatura se mantiene en un valor constante mientras no ocurran perturbaciones externas.

Siempre se busca que el sistema de control sea estable, pero además, dentro de las condiciones de estabilidad existen 3 tipos de comportamiento bien definidos: control sub amortiguado, control con amortiguamiento crítico y control sobreamortiguado.

En las figuras se muestran ejemplos de estos comportamientos. En cada uno de estos casos varía la velocidad de respuesta del sistema ante perturbaciones y a la vez la propensión a tener comportamiento inestable u oscilatorio.

El sistema sobreamortiguado tiene una velocidad de respuesta lenta, después que ocurra una perturbación, el sistema puede tardar en volver al  $S_p$ , pero la ventaja es que el sistema es muy estable y no adquiere comportamientos oscilatorios indeseables.

Esta condición tiende a ocurrir cuando la banda proporcional  $P_b$  es más grande de lo necesario. También puede deberse a una constante derivativa  $D$  muy

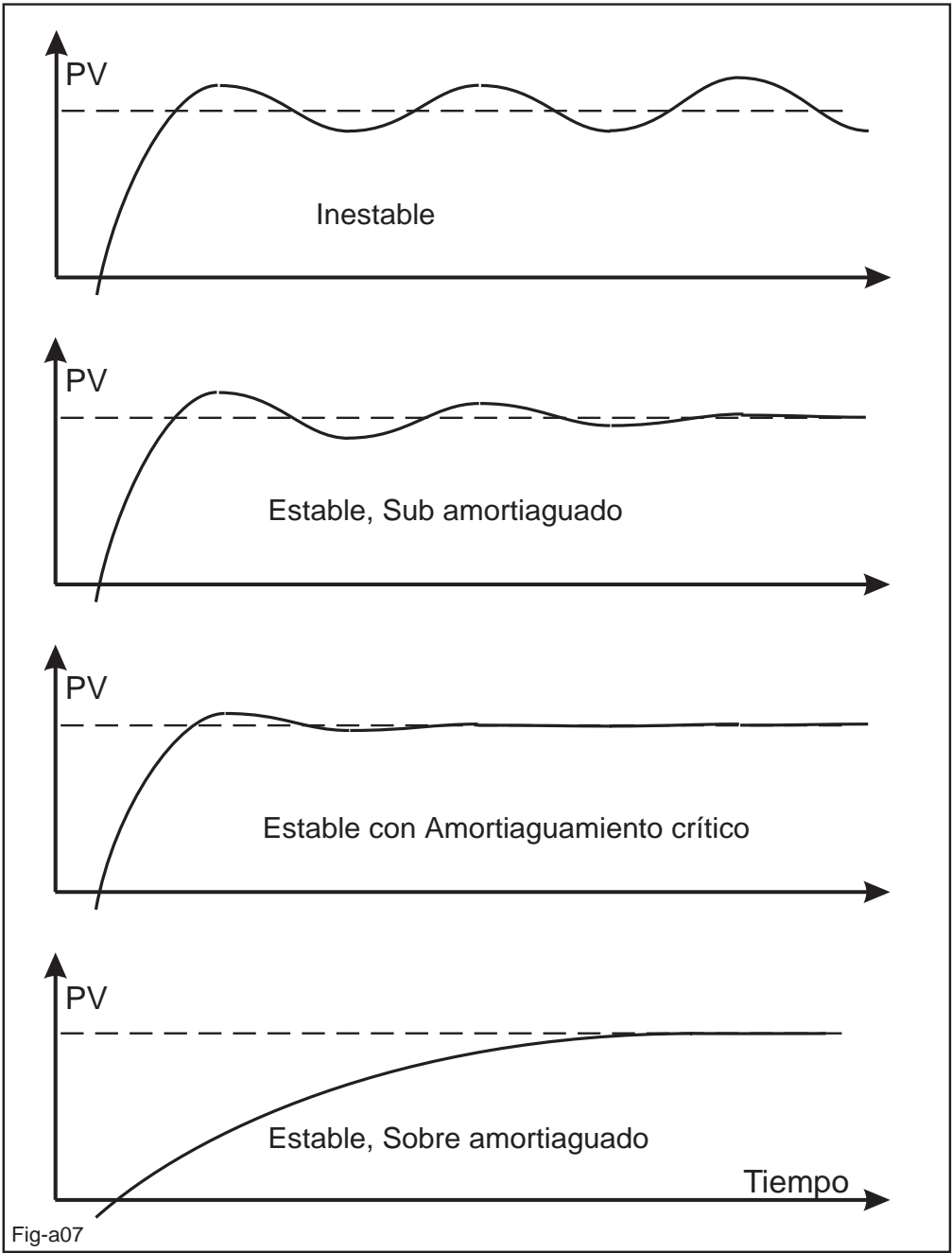
grandes, basta acordarse que la acción derivativa tiende a frenar la temperatura.

En el otro extremo, cuando un sistema se comporta de modo subamortiguado la velocidad de respuesta es muy buena pero pueden ocurrir varias oscilaciones de cierta amplitud antes que la temperatura llegue a un valor estable.

Suele ocurrir esta condición cuando la banda proporcional  $P_b$  es pequeña, la constante derivativa  $D$  chica y la constante de integración  $I$  grande.

El justo medio entre las condiciones anteriores es el amortiguamiento crítico. A esta condición corresponde los valores óptimos de los parámetros  $P_b$ ,  $D$ ,  $I$ . En este caso el sistema es bastante estable y la velocidad de respuesta es la mejor que se puede lograr.





## Mandos de enfriamiento en los PID.

En ocasiones para poder controlar la temperatura de algunos sistemas se requiere enfriamiento forzado.

Un ejemplo común son las extrusoras de mangueras plásticas, en ellas es necesario calentar el material mediante calefactores eléctricos.

Pero al llegar a la temperatura de operación, en algunas zonas la temperatura sube por arriba  $S_p$ , efecto del roce mecánico ejercido por el tornillo que empuja el material.

Para bajar la temperatura se acostumbra en este caso a usar ventiladores eléctricos

Otro buen ejemplo podría ser una reacción química exotérmica entre reactivos que se están mezclando. Para iniciar la reacción hace falta subir la temperatura, pero una vez iniciada, la temperatura sube sola y en exceso. En este caso se acostumbra a usar circuitos de agua fría como medio de enfriamiento.

Es posible usar un control PID para ambos mandos (calentamiento y enfriamiento), esto se conoce en la industria como "dual PID" o "PID de rango expandido" o "PID + dPID" o algo así.

El control del mando de enfriamiento será PID también, usará los mismos valores de la integral y derivada del mando de calentamiento pero escalados al valor de una nueva "banda proporcional de enfriamiento"  $Pb_2$  distinta a la banda proporcional del primer mando  $Pb_1$ .

La razón de esto es que las potencias o capacidades de calentamiento y enfriamiento son distintas y necesitan equilibrarse mediante estas bandas proporcionales.

Es natural que un sistema de agua, enfría violentamente algo que costó mucho calentar mediante calefactores eléctricos.

Por ejemplo, un calefactor entrega al activarse 1000 Kw y el sistema ventilador puede retirar 2000Kw, si la banda proporcional  $Pb_1$  es 5 % entonces la banda proporcional de enfriamiento  $Pb_2$  debería programarse en 10% para equilibrar las potencias.

$$1000Kw/5\% = 2000Kw/10\%$$

Una forma de estimar experimentalmente la relación entre las potencias de enfriamiento y calentamiento del sistema podría ser un experimento como el siguiente:

En un horno a 100°C se activa totalmente el mando de calentamiento, con lo cual la temperatura sube. Se observa que la temperatura llega a subir a una velocidad de 20°C / minuto.

Se desactiva el mando de calentamiento, se espera a que el sistema se estabilice un poco.

Se activa ahora el mando de enfriamiento y se observa que la temperatura desciende 30°C / minuto.

La idea es medir el cociente entre las velocidades calentamiento y enfriamiento pues este cociente es similar al de las potencias.

Del experimento se deduce que la banda proporcional Pb2 deberá ser 1.5 veces la banda proporcional Pb.

$$Pb2/Pb = 30^{\circ}C/20^{\circ}C = 1.5$$

En los controles PID + dPID se usa siempre una "**banda muerta**" o "**dead band**" o "separación del set point 2" dSP2, esto es una banda sobre el Sp en donde no se realiza acción de control de enfriamiento o calentamiento.

Es literalmente una banda muerta de unos pocos grados en donde la temperatura puede estar libremente sin que los mandos de control actúen.

Exactamente lo que no actúa es la acción proporcional, pero si lo hace las acciones derivativas e integral.

## NIVEL 2

El cálculo interno de control para el PID - dPID será el siguiente:

$$Out = \left[ \frac{100\%}{(Pb \cdot Sp)} \left( E + \frac{I}{10000} \int E dt + D \cdot \frac{dE}{dt} \right) \right]$$

$$Out2 = - \left[ \frac{100\%}{(Pb_2 \cdot Sp_2)} \left( E_2 + \frac{I}{10000} \int E dt + D \cdot \frac{dE}{dt} \right) \right]$$

$$Sp_2 = Sp + dSp_2$$

$$E_2 = Sp_2 - Pv$$

Donde  $dSp_2$  es la banda muerta y  $Pb_2$  la banda proporcional del mando de enfriamiento.

Los valores de Out y Out2 varían en el rango 0...100% cada uno con saturaciones sobreentendidas en los cálculos.